

## Versuchsanleitung M 1 : Dichte / Festkörper

### 1 Einleitung

Die Verteilung der Masse  $m$  im Volumen  $V$  eines festen Körpers ist i. Allg. nicht homogen. Zu ihrer Beschreibung wird der Quotient  $\rho = \frac{dm}{dV}$  eingeführt und Massendichte (oder meist nur Dichte) genannt. Bedenkt man, dass

Festkörper Einschlüsse oder Poren enthalten können, so ist klar, dass sich in gleich großen Volumenelementen  $dV$  an verschiedenen Stellen eines Körpers nicht notwendig die gleiche Masse  $dm$  befinden muss. (Das Volumenelement  $dV$  ist dabei immer noch so groß, dass über die Inhomogenitäten der Massenverteilung im molekularen Bereich gemittelt wird.)

Die Dichte ist deshalb eine Funktion des betrachteten Ortes im Körper, d. h.  $\rho = \rho(\vec{r})$ . Für Körper mit homogener Massenverteilung gilt für die Dichte  $\rho = \frac{m}{V}$ , sie ist natürlich dann ortsunabhängig. Die Dichte ist eine wichtige Materialeigenschaft. Man benötigt sie z. B. zur Berechnung der Masse

$$m = \int_V \rho(\vec{r}) dV ,$$

des Massenträgheitsmomentes

$$J_A = \int_V \rho(\vec{r}) r^2 dV$$

oder der Wärmekapazität

$$C = \int_V c(\vec{r}) \rho(\vec{r}) dV .$$

Die Dichte ist temperatur- und druckabhängig. Bei Festkörpern kann die Druckabhängigkeit meist vernachlässigt werden. Für die Temperaturabhängigkeit gilt mit  $\rho_0$ : Dichte bei 0 °C ;  $\vartheta$ : Celsius-temperatur und  $\alpha$ : linearer Wärmeausdehnungskoeffizient

$$\rho(\vartheta) = \frac{\rho_0}{1 + 3\alpha\vartheta} .$$

Die Dichte homogener fester Körper kann prinzipiell durch Wägung und Volumenbestimmung ermittelt werden. Die Massenbestimmung lässt sich mit einer Waage sehr genau ausführen. Nicht so die Volumenbestimmung (z.B. durch Ausmessen regelmäßiger Körper oder die Flüssigkeitsverdrängung unregelmäßig geformter Körper). Daher ist man bestrebt, die unmittelbare Bestimmung des Volumens, zu umgehen. Eine Möglichkeit dazu bietet die Verwendung eines Pyknometers.

### 2 Grundlagen

Ein Pyknometer ist ein Glasgefäß mit einem Schliffstopfen. Es ist dann mit einer Flüssigkeit (meist Wasser) bekannter Dichte  $\rho_W$  vollständig gefüllt, wenn sich im Volumen keine Luftblasen befinden und die Flüssigkeit am oberen Ende der Kapillare des Stopfens eine Kuppe ausbildet (bzw. bei anderen Ausführungen bis zu einer an der Kapillare angebrachten Strichmarke steht). Das Messprinzip besteht darin, das Pyknometer mit unterschiedlichen Füllungen mehrmals zu wägen und aus den so bestimmten Massen die Dichte zu errechnen. Damit ist wie beabsichtigt die Dichtebestimmung auf (i. Allg. sehr genaue) Massenbestimmungen zurückgeführt. Eine zur Massenbestimmung verwendete zweischalige Waage befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Summe der am

Waagebalken angreifenden Drehmomente (und auch die Summe der Kräfte) gleich Null ist. Befindet sich z.B. auf der linken Waagschale die zu bestimmende Masse  $m$  (Volumen  $V$ ) und auf der rechten verschiedene Wägestücke der Gesamtmasse  $m'$  (Dichte  $\rho'$ ), so gilt für das Gleichgewicht unter Berücksichtigung des Auftriebes in Luft ( $\rho_L$ : Dichte der Luft)

$$\left(m' - \frac{m'}{\rho'} \rho_L\right) g l_R - (m - V \rho_L) g l_L = 0 \quad , \quad (2-1)$$

wobei  $l_L$  und  $l_R$  die Hebelarmlängen der linken und rechten Waagschale sind.  
Gilt  $l_L = l_R$ , so geht (2-1) in

$$m - V \rho_L = m' \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho'}\right) \quad (2-2)$$

über.

Bezeichnet man das äußere Volumen des Pyknometers mit  $V_p$ , so erhält man bei einer Wägung des nur mit Wasser gefüllten Pyknometers (Masse  $m_1$ ) die Beziehung

$$m_1 - V_p \rho_L = m'_1 \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho'}\right) \quad . \quad (2-3)$$

Die Wägung des mit dem zu untersuchenden festen Körper der Masse  $m$  und Wasser gefüllten Pyknometers (Masse  $m_2$ ) führt zu der Beziehung

$$m_2 - V_p \rho_L = m'_2 \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho'}\right) \quad . \quad (2-4)$$

Dabei sind in (2-3) und (2-4)  $m'_1$  und  $m'_2$  die Massen der Wägestücke, die bei den entsprechenden Wägungen dem Pyknometer das Gleichgewicht halten.

Zwischen den Massen  $m$ ,  $m_1$  und  $m_2$  und dem Volumen  $V$  des zu untersuchenden Festkörpers besteht der Zusammenhang

$$m - V \rho_W = m_2 - m_1 \quad . \quad (2-5)$$

Setzt man (2-3) und (2-4) in (2-5) ein, so erhält man

$$m - V \rho_W = (m'_2 - m'_1) \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho'}\right) \quad . \quad (2-6)$$

Die Gleichungen (2-2) und (2-6) sind zwei lineare Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Größen  $m$  und  $V$ . Mit  $\rho = \frac{m}{V}$  erhält man die Dichte des zu untersuchenden Körpers als

$$\rho = \frac{m' \rho_W - (m'_2 - m'_1) \rho_L}{m' + m'_1 - m'_2} \quad . \quad (2-7)$$

### **3 Versuchsanordnung**

Zur Versuchsanordnung gehören das Pyknometer, eine Balkenwaage und Zubehör wie Wägestücke, Pinzette u. a. m.. Den zu untersuchenden Körper wägen wir zunächst in einem Wägegläschen auf der Balkenwaage und bestimmen  $m'$ . Anschließend wird das Pyknometer mit Wasser gefüllt. Es ist darauf zu achten, dass sich vor dem Einsetzen des Glasstopfens keine Luftblasen im Inneren des Glaskolbens befinden. Das gefüllte Pyknometer ist außen sorgfältig abzutrocknen. Um eine Erwärmung des Wassers zu vermeiden, fasse man prinzipiell das Pyknometer nur mit 2 Fingern am Hals an. Die Wägung des wassergefüllten Pyknometers liefert  $m'_1$ . Anschließend

bringt man die feste Substanz mit Hilfe einer Pinzette in das Pyknometer. Es ist wieder darauf zu achten, dass vor dem Einsetzen des Glasstopfens alle Luftblasen aus dem Wasser entwichen sind und das Pyknometer gut abgetrocknet wird. Durch erneute Wägung des Pyknometers (mit Wasser und der Probensubstanz gefüllt) ermittelt man schließlich die Masse  $m'_2$ .  
Die Wägungen des Pyknometers sind zur Kontrolle der richtigen Füllung jeweils dreimal auszuführen.

#### 4 Aufgaben

In diesem Abschnitt werden die zu bearbeitenden Aufgaben nur grundsätzlich aufgeführt.  
Genauere Hinweise zur Versuchsdurchführung befinden sich am Arbeitsplatz.

- 4.1 Bestimmung der Masse  $m'$  des zu untersuchenden festen Körpers.
- 4.2 Bestimmung der Masse  $m'_1$  des Pyknometers (mit Wasser gefüllt).
- 4.3 Bestimmung der Masse  $m'_2$  des Pyknometers (mit Wasser und der Probensubstanz gefüllt).
- 4.4 Mit den Ergebnissen der Aufgaben 4.1, 4.2 und 4.3 ist nach (2 - 7) die Dichte der Probensubstanz zu bestimmen. Aus den Fehlern von  $m'$ ,  $m'_1$ ,  $m'_2$  und  $\rho_W$  berechne man den Fehler von  $\rho$ .
- 4.5 Schätzen Sie den Einfluss des Luftauftriebes auf die Dichte nach Gleichung (2 - 7) ab und entscheiden Sie, ob der Luftauftriebsterm in (2 - 7) bei weiteren Messungen vernachlässigt werden könnte.

#### 5 Fragen

- 5.1 Wie ist die Dichte eines inhomogenen Stoffes definiert? Welche Bedeutung hat in diesem Fall der Quotient  $\frac{m}{V}$ ?
- 5.2 Ein Körper taucht mit seinem Volumen  $V$  vollständig in ein Gas bekannter Dichte  $\rho_G$ . Geben Sie Betrag, Richtung und Angriffspunkt a) der Auftriebskraft und b) der Gewichtskraft des Körpers an.
- 5.3 Eine Legierung hat die Dichte  $14250 \text{ kg/m}^3$ . Geben Sie diese Dichte sowohl in  $\text{g/cm}^3$  als auch in  $\text{kg/dm}^3$  an.
- 5.4 Ein (masseloser) starrer Waagebalken wird am linken Arm im Abstand  $l_1$  von der Schneide mit der Masse  $m_1$  belastet und rechts im Abstand  $l_2$  mit  $m_2$ . Wie lauten die Gleichgewichtsbedingungen des starren Körpers a) allgemein und b) im genannten Fall?
- 5.5 Ein Draht aus Messing (Dichte  $8,22 \text{ g/cm}^3$ ) hat einen Durchmesser von  $1,14 \text{ mm}$  und ist  $147 \text{ m}$  lang. Wie groß ist die Masse des Drahtes?
- 5.6 Bei  $0^\circ \text{C}$  und  $101,3 \text{ kPa}$  hat Luft die Dichte  $1,293 \text{ kg/m}^3$ . Wie groß ist ihre Dichte bei  $25^\circ \text{C}$  und  $102,4 \text{ kPa}$ ?
- 5.7 Warum ist es im Experiment nicht erforderlich, die Masse des leeren Pyknometers zu bestimmen?
- 5.8 Ohne Luftauftriebskorrektur berechnet man die Dichte der Probesubstanz als  $\rho = \frac{m' \rho_W}{m' + m'_1 - m'_2}$ .  
Entwickeln Sie für  $\rho$  eine Fehlerformel, wenn alle Größen in der Gleichung fehlerbehaftet sind.
- 5.9 In welcher Weise nimmt die Temperatur auf die Dichte eines Festkörpers Einfluss?
- 5.10 Die Dichte eines inhomogenen Körpers ist ortsabhängig. Wie berechnen Sie bei bekannter Gestalt die Masse des Körpers?

#### Literatur

- [ 1 ] Geschke, D. (Hrsg.) : Physikalisches Praktikum  
Teubner-Verlag, Leipzig, 2001  
ISBN 3-519-10206-4
- [ 2 ] Hering, E. u. a. : Physik für Ingenieure  
Springer-Verlag, Berlin, 2004  
ISBN 3-540-21036-9