

## Versuchsanleitung 0 6 : NEWTONsche Ringe

### 1 Einleitung

Treffen zwei (oder auch mehr) Wellen der gleichen Frequenz zur gleichen Zeit am gleichen Ort ein, so überlagern sie sich - sie interferieren. Ihre Wellenfunktionen (bei den elektromagnetischen Lichtwellen die Feldstärken) addieren sich. Das Ergebnis der Addition ist von den Amplituden der interferierenden Wellen und vor allem von deren Phasendifferenz abhängig.

Sind die interferierenden Wellen z. B. gleichphasig (Phasendifferenz 0), so verstärken sie sich. Sind sie gegenphasig (Phasendifferenz  $\pi$ ), erfolgt Abschwächung (bis hin zur Auslöschung im Falle gleicher Amplituden).

Beobachten, aufzeichnen oder messen kann man Interferenzerscheinungen nur, wenn die Phasendifferenzen der interferierenden Wellen in allen Raumpunkten im Vergleich zur Integrationszeit des Empfängers (Auge, Aufzeichnungsschicht, Detektor) lange genug unverändert bleiben. Wellen mit derartigen stationären Phasenbeziehungen nennt man kohärent (zusammenhängend).

In einer Interferenzfigur (kohärenter Wellen) geben die Interferenzmaxima und -minima Auskunft über die räumliche Verteilung der Phasendifferenzen und damit über Längenänderungen in der Größenordnung der Lichtwellenlänge ( $\sim 10^{-7}$  m). Interferenzverfahren bilden daher die Grundlage empfindlicher Längenmessmethoden.

Besteht eine stationäre Phasenbeziehung nicht, nennt man die Wellen inkohärent. Bei der inkohärenten Überlagerung der Strahlung von (z. B. zwei) verschiedenen Lichtquellen (z. B. Glühlampen) mittelt der Empfänger über eine Vielzahl kurzzeitig aufeinanderfolgender Überlagerungen mit statistisch verteilten Phasendifferenzen und registriert in jedem Raumpunkt eine Bestrahlungsstärke (oder Beleuchtungsstärke), die der Summe der von den Lichtquellen dort einzeln erzeugten Bestrahlungsstärken (oder Beleuchtungsstärken) entspricht. Eine Abschwächung ist bei inkohärenter Überlagerung nicht möglich.

### 2 Grundlagen

Die beiden Wellen  $y_1(x,t) = \hat{y}_1 \sin\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$  und  $y_2(x,t) = \hat{y}_2 \sin\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right)$  mögen interferieren.

Zur Vereinfachung der Rechnung aber ohne Beschränkung der Allgemeinheit soll die Überlagerung mit gleicher Amplitude  $\hat{y}_1 = \hat{y}_2 = \hat{y}$  am Ort  $x=0$  erfolgen. Man erhält dort (mit  $\omega = 2\pi f$ ) die Schwingung

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = \hat{y} [\sin(\omega t) + \sin(\omega t + \varphi)] \quad (2-1)$$

Für die nachfolgende Rechnung sind die identischen Umformungen  $\omega t = \left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{\varphi}{2}$  und

$$\omega t + \varphi = \left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{\varphi}{2} \quad \text{nützlich.}$$

Man setzt sie in (2-1) ein und erhält

$$y(t) = \hat{y} \left[ \sin\left(\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{\varphi}{2}\right) \right] \quad (2-2)$$

Wendet man darauf die Additionstheoreme der Sinusfunktion für Differenz und Summe der Winkel an und fasst noch zusammen, dann folgt als Ergebnis der Überlagerung

$$y(t) = 2\hat{y} \cos\frac{\varphi}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2-3)$$

Die Bestrahlungsstärke (Leistungsdichte der Bestrahlung)  $E$  ergibt sich aus dem Quadrat der Wellenfunktion. Wegen der hohen Frequenz der Lichtwellen (vgl. Frage 5.3) vermögen Auge wie auch Detektoren dem Zeitverlauf

nicht mehr zu folgen und integrieren (mitteln) über denselben. Der Mittelwert der Sinusquadratfunktion hat den Wert 0,5. Die mittlere Bestrahlungsstärke wird deshalb

$$\bar{E} = 2\hat{y}^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} . \quad (2-4)$$

Aus (2-3) und (2-4) ist ersichtlich, dass für  $\varphi = \pi$  (und ungeradzahlig Vielfache davon) Amplitude und Bestrahlungsstärke Null werden (Interferenzminima). Für  $\varphi = 0$  (und Vielfache von  $2\pi$ ) nehmen Amplitude und Bestrahlungsstärke maximale Werte (Interferenzmaxima) an. Für andere Phasendifferenzen treten natürlich alle Werte der Amplitude und Bestrahlungsstärke zwischen deren Maximalwerten und Null auf. Die Amplituden der interferierenden Wellen sollen nun in einem beliebigen Verhältnis  $V = \frac{\hat{y}_1}{\hat{y}_2}$  stehen und nicht mehr (wie bisher angenommen) gleich sein. Dann haben Maxima und Minima die Amplituden  $\hat{y}_{\max} = \hat{y}_1 + \hat{y}_2$  und  $\hat{y}_{\min} = \hat{y}_1 - \hat{y}_2$  und die mittleren Bestrahlungsstärken  $\bar{E}_{\max} = \frac{\hat{y}_{\max}^2}{2}$  und  $\bar{E}_{\min} = \frac{\hat{y}_{\min}^2}{2}$ . Es kommt in den Minima also nicht mehr zur Auslöschung, sondern nur noch zur Abschwächung der Wellen.

Der für die Erkennbarkeit einer Interferenzfigur maßgebliche Interferenzkontrast ist definiert als

$$K = \frac{\bar{E}_{\max} - \bar{E}_{\min}}{\bar{E}_{\max} + \bar{E}_{\min}} . \quad (2-5)$$

Stellt man  $K$  als Funktion des Amplitudenverhältnisses  $V$  dar, so erhält man

$$K = \frac{2V}{V^2 + 1} . \quad (2-6)$$

Wie man sich anhand von (2-6) leicht überzeugen kann, erhält man einen hohen Kontrast  $K$  in der Interferenzfigur nur bei gleichen oder annähernd gleichen Amplituden  $\hat{y}_1$  und  $\hat{y}_2$  der interferierenden Wellen.

### 3 Versuchsanordnung

Eine plankonvexe Linse liegt auf einer ebenen Unterlage (Bild 1). Das Aufliegen kann von Staubpartikeln beeinträchtigt sein, so dass ein gewisser Abstand  $d_0 > 0$  entsteht. Drückt man hingegen die Linse auf die Unterlage, so werden beide deformiert und es wird  $d_0 < 0$ .

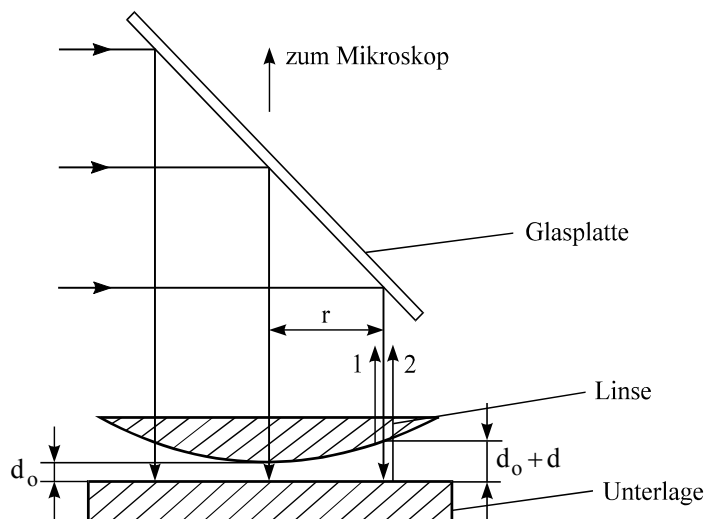


Bild 1 Anordnung zur Erzeugung NEWTONscher Ringe im Auflicht

Man kann die Anordnung mit verschiedenen monochromatischen Lichtarten, die aus der Strahlung einer Quecksilberdampf Lampe mittels sogenannter Monochromatfilter gewonnen werden, über einen teildurchlässigen Spiegel (Glasplatte) von oben beleuchten.

Die Interferenzfigur wird im Auflicht durch ein Mikroskop beobachtet und vermessen.

Durch die Reflexionen an der gekrümmten Linsenfläche und der Unterlage entstehen zwei Teilbündel 1 und 2. Geringe Winkeländerungen infolge der Reflexion und Brechung des Lichtes an der Kugelfläche können vernachlässigt werden.

Die Bündel 1 und 2 sind aufgrund ihrer Entstehung aus ein und demselben auftreffenden Bündel kohärent. Ungeachtet der ständig wechselnden Phase des auftreffenden Bündels ist die Phasendifferenz  $\delta$  des Bündels 2 gegen das Bündel 1 zeitlich konstant.

Zunächst muss das Bündel 2 eine um  $2(d + d_0)$  längere Wegstrecke durchlaufen als das Bündel 1. Dieser Gangunterschied  $\Delta x$  entspricht der Phasendifferenz  $\delta = 2\pi \frac{2(d + d_0)}{\lambda} = 4\pi \frac{(d + d_0)}{\lambda}$ . Zusätzlich erleidet Bündel 2 bei seiner Reflexion am optisch dichteren Medium (der Unterlage) noch einen Phasensprung  $\pi$ . Damit wird seine Phasendifferenz  $\delta$  insgesamt

$$\delta = \frac{4\pi(d + d_0)}{\lambda} + \pi \quad . \quad (3-1)$$

Interferenzminima entstehen nun, wenn diese Phasendifferenz ein ungeradzahlig Vielfaches von  $\pi$  ist, also für

$$\delta = \pi (2k + 1) \quad , \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad . \quad (3-2)$$

Die Orte konstanter Phasendifferenz in der Interferenzfigur sind Kreise - die NEWTONschen Ringe (Bild 3), denn nur auf einem Kreis kann die Dicke des Luftspaltes zwischen Linse und Unterlage konstant sein.

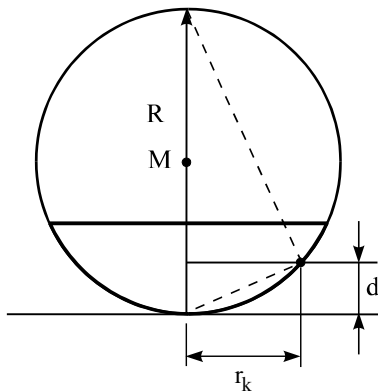


Bild 2 Plankonvexe Linse auf Glasplatte  
[ zur Herleitung von Gleichung (3-3) ]

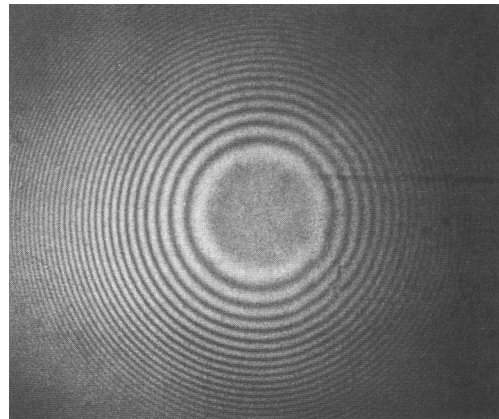


Bild 3 Interferenzen gleicher Dicke  
(NEWTONsche Ringe) bei Beleuchtung mit  
monochromatischem Licht

Man berechnet nun die Radien  $r_k$  der Minima in Abhängigkeit von ihrer Ordnungszahl  $k$ . In Bild 2 findet man mit Hilfe des Höhensatzes (und unter Berücksichtigung, dass die Dicke  $d$  des Luftspaltes sehr klein gegen den Krümmungsradius  $R$  der Linsenfläche ist)

$$r_k^2 = d(2R - d) \approx 2Rd \quad . \quad (3-3)$$

Aus (3-1) bis (3-3) erhält man für die Radiusquadrate  $r_k^2$  eine lineare Abhängigkeit von  $k$  in der Form

$$r_k^2 = (R\lambda)k - 2Rd_0 \quad , \quad (3-4)$$

deren Anstieg neben der Wellenlänge den Krümmungsradius  $R$  enthält. Diesen Anstieg bestimmt man mittels linearer Ausgleichsrechnung für die experimentell ermittelte Gerade (3-4).

#### 4 Aufgaben

- 4.1 Bestimmung des Skalenwertes  $M$  eines Messschraubenokulars.
- 4.2 Für zwei verschiedene monochromatische Strahlungen sind am gleichen Objekt (Linse) 8 Minima zu vermessen und die Abhängigkeiten  $r_k^2(k)$  zu ermitteln.
- 4.3 Berechnung der Anstiege beider Kurven durch Ausgleichsrechnung (PC). Berechnung des Krümmungsradius  $R$  (aus beiden Anstiegen mit Fehlerbetrachtung) sowie Abschätzen der Linsenbrennweite (ohne Fehlerbetrachtung). Graphische Darstellung beider Ausgleichsgeraden in einem Diagramm.
- 4.4 Beobachtung der farbigen Ringe bei ungefiltertem Hg-Licht und Erklärung ihrer Entstehung.

#### 5 Fragen

- 5.1 Eine ebene harmonische Welle hat die Wellenfunktion  $y = \hat{y} \sin\left(2\pi\left(ft + \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right)$ . Erläutern Sie alle verwendeten Größen.
- 5.2 Skizzieren Sie die Wellenfunktion  $y = \hat{y} \sin\left(2\pi\left(ft + \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{\pi}{2}\right)$  zum Zeitpunkt  $t = 0$ .
- 5.3 Welche Schwingungsfrequenz hat das Licht der grünen Spektrallinie ( $\lambda = 546 \text{ nm}$ ) des Quecksilberspektrums?
- 5.4 Für welche Amplitudenverhältnisse  $V$  ist der Interferenzkontrast  $K = \frac{2V}{V^2 + 1}$  größer als 0,8?
- 5.5 Nennen Sie (auf jeweils 1 nm genau) die 5 intensivsten Linien des Hg-Spektrums.
- 5.6 Das Monochromatfilter Hg 546 (nm) sieht im Tageslicht gelb aus und im Hg-Licht grün. Erklären Sie diesen Unterschied.
- 5.7 Eine dünne Plankonvexlinse hat den Krümmungsradius  $R$  und die Brechzahl  $n = 1,5$ . Wie groß ist ihre Brennweite in Luft?
- 5.8 Wie kann man aus der Graphik  $r_k^2(k) = (R\lambda)k - 2Rd_0$  den Radius  $R$  bestimmen, ohne  $d_0$  zu kennen?
- 5.9 Welche Phasenunterschiede  $\delta$  müssen interferierende Wellen aufweisen, damit a) Maxima und b) Minima entstehen?
- 5.10 Zwei Wellen der Wellenlänge  $\lambda$  laufen in Luft zum Punkt  $P$  und interferieren dort zum Maximum. In den Weg einer der Wellen wird nun eine Glasplatte (Dicke  $d$ , Brechzahl  $n$ ) gestellt. Welcher Phasenunterschied entsteht dadurch in  $P$ ?

#### Literatur

- |       |                       |   |
|-------|-----------------------|---|
| [ 1 ] | Recknagel, A. :       | Physik/Optik<br>Verlag Technik, Berlin, 1990<br>ISBN 3-341-00844-6              |
| [ 2 ] | Geschke, D. (Hrsg.) : | Physikalisches Praktikum<br>Teubner-Verlag, Leipzig, 2001<br>ISBN 3-519-10206-4 |
| [ 3 ] | Hering, E. u.a. :     | Physik für Ingenieure<br>Springer-Verlag, Berlin, 2004<br>ISBN 3-540-21036-9    |